

ÍNDICE

PROLOGO.....	13
INTRODUCCIÓN	15
1. ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE PRIMER ORDEN	21
1. CONCEPTOS BÁSICOS	21
2. EXISTENCIA Y UNICIDAD DE LA SOLUCIÓN	25
3. ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN EN ECONOMÍA	26
3.1 <i>Modelos de crecimiento poblacional y difusión</i>	26
3.1.1 Modelo de crecimiento exponencial	26
3.1.2 Modelo logístico para crecimiento poblacional	28
3.1.3 Modelo de difusión. Aplicación del modelo logístico	29
3.1.4 Comparación entre los modelos de crecimiento exponencial y logístico.....	31
3.1.5 Gestión de recursos renovables.....	31
3.2 <i>Introducción al modelo de crecimiento económico de Solow</i>	32
4. EQUILIBRIO Y ESTABILIDAD.....	33
5. RESOLUCIÓN DE ALGUNAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN.....	35
5.1 <i>Ecuaciones de primer orden de variables separables</i>	35
5.2 <i>EDO lineal de primer orden. Método variación de constantes (MVC)</i>	38
5.3 <i>EDO lineal de coeficiente y término independiente constantes</i>	44
5.4 <i>Ecuaciones de Bernoulli</i>	44
6. ANÁLISIS CUALITATIVO DE LAS ECUACIONES AUTÓNOMAS	48

6.1 Diagramas de fase.....	48
6.2 Sendas temporales (trayectorias).....	54
7. APROXIMACIÓN LINEAL DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES NO LINEALES.....	55
8. APLICACIONES EN ECONOMÍA	57
8.1 Modelo de Solow	57
8.2 Modelo de reversión. Aplicación a los tipos de interés	63
8.3 Cálculo del precio teórico de las acciones	66
8.4 Modelo de difusión de un producto en diferentes mercados.....	67
8.5 Aplicación en Matemáticas financieras	68
8.6 Modelo para la inflación.....	71
8.7 Modelo para la gestión de la pesca	72
8.8 Elasticidad demanda-precio	74
9. EJERCICIOS RESUELTOS	75
10. APÉNDICE.....	106
2. ECUACIONES DIFERENCIALES DE SEGUNDO ORDEN	113
1. INTRODUCCIÓN	113
2. ECUACIONES DIFERENCIALES DE ORDEN DOS Y COEFICIENTES CONSTANTES.....	114
2.1 Ecuación homogénea.....	114
2.2 Ecuación completa	117
3. ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD.....	118
4. APLICACIONES EN ECONOMÍA	122
4.1 Modelo de mercado con tendencia y expectativas en los precios..	122
4.2 Modelo de ajuste de precios bajo exceso de demanda	123
5. EJERCICIOS RESUELTOS	126
6. APÉNDICE.....	129
3. SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS	135
1. DEFINICIONES.....	135
2. RESOLUCIÓN DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES	138
2.1 La matriz del sistema es diagonal.....	139
2.2 La matriz del sistema es canónica del tipo I (autovalor doble)	140

2.3 <i>La matriz del sistema es canónica del tipo II (autovalores complejo-conjugados)</i>	141
2.4 <i>Sistemas homogéneos generales</i>	142
2.5 <i>Sistemas completos</i>	144
2.6 <i>Solución de un PVI</i>	145
3. ESTUDIO DE LAS TRAYECTORIAS EN EL ESPACIO DE FASES Y TIPOS DE EQUILIBRIO	148
3.1 <i>Caso de 2 autovalores reales diferentes</i>	149
3.2 <i>Caso de un autovalor real doble</i>	151
3.3 <i>Caso de 2 autovalores complejo-conjugados</i>	152
3.4 <i>Otros casos</i>	153
4. SISTEMAS NO LINEALES. DIAGRAMAS DE FASE. APROXIMACIÓN LINEAL...	154
4.1 <i>Diagramas de fase para un sistema plano (dos variables)</i>	155
4.2 <i>Aproximación lineal</i>	164
5. APLICACIONES EN ECONOMÍA	165
6. EJERCICIOS RESUELTOS	167
7. APÉNDICE.....	177
4. ECUACIONES EN DIFERENCIAS FINITAS DE PRIMER ORDEN	185
1. INTRODUCCIÓN	185
2. ECUACIONES DE PRIMER ORDEN AUTÓNOMAS.....	189
3. DIAGRAMAS DE FASE.....	194
4. EDF LINEAL DE PRIMER ORDEN	200
4.1 <i>Ecuación en diferencias lineal de coeficientes constantes</i>	202
4.1.1 <i>Ecuación homogénea</i>	202
4.1.2 <i>Ecuación completa</i>	204
4.1.3 <i>Diagrama de fase y órbita según valores del parámetro a</i>	207
4.2 <i>EDF lineal del tipo $y_{t+1} + ay_t = b(t)$</i>	209
5. APLICACIONES EN ECONOMÍA	211
5.1 <i>Modelo oferta-demanda (o modelo de la telaraña)</i>	211
5.2 <i>Modelo oferta-demanda (expectativas adaptativas en precios)</i>	213
6. EJERCICIOS RESUELTOS	215

5. ECUACIONES EN DIFERENCIAS FINITAS DE SEGUNDO ORDEN.....	227
1. INTRODUCCIÓN	227
2. ECUACIÓN HOMOGÉNEA $y_{t+2} + a_1y_{t+1} + a_2y_t = 0$	227
3. ESTABILIDAD ASINTÓTICA DE LA ECUACIÓN HOMOGÉNEA.....	229
4. ECUACIÓN COMPLETA: $y_{t+2} + a_1y_{t+1} + a_2y_t = b(t)$	229
4.1 <i>Término independiente constante</i>	229
4.2 <i>Término independiente variable</i>	230
5. SOLUCIÓN DEL PVI	231
6. APLICACIONES EN ECONOMÍA	232
6.1 <i>Modelo multiplicador-acelerador</i>	232
6.2 <i>Modelo de expectativas en precios</i>	234
7. EJERCICIOS RESUELTOS	235
8. APÉNDICE.....	248
6. SISTEMAS DE ECUACIONES EN DIFERENCIAS FINITAS..	257
1. INTRODUCCIÓN	257
2. SISTEMAS HOMOGÉNEOS	258
3. ESTABILIDAD Y TIPOS DE EQUILIBRIO EN LOS SISTEMAS HOMOGÉNEOS.....	262
3.1 <i>Matriz canonica tipo:</i> $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$	263
3.2 <i>Matriz canonica tipo:</i> $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$	266
3.3 <i>Matriz canónica tipo:</i> $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$	267
4. SOLUCIÓN DE SISTEMAS COMPLETOS.....	270
5. CADENAS BINARIAS DE MARKOV	273
6. APLICACIONES EN ECONOMÍA	278
6.1 <i>Mercados interrelacionados</i>	278
6.2 <i>Movimientos migratorios</i>	279
7. EJERCICIOS RESUELTOS	280
8. APÉNDICE.....	293

APÉNDICE GENERAL. NÚMEROS COMPLEJOS Y DIAGONALIZACIÓN	301
A.1 NÚMEROS COMPLEJOS Y TRIGONOMETRÍA.....	301
<i>A.1.1 Origen</i>	301
<i>A.1.2 Operaciones con complejos. Módulo y argumento de un número complejo</i>	302
<i>A.1.3 Forma trigonométrica de un número complejo</i>	304
<i>A.1.4 Razones trigonométricas de los ángulos notables</i>	308
A.2 AUTOVALORES Y AUTOVECTORES DE UNA MATRIZ CUADRADA. POTENCIAS DE MATRICES.....	309
<i>A.2.1 Autovalores y autovectores de una matriz cuadrada de orden 2</i>	310
<i>A.2.2 Cálculo de autovalores y autovectores</i>	313
<i>A.2.3 Diagonalización</i>	318
<i>A.2.4 Potencias de matrices diagonalizables</i>	323
<i>A.2.5 Potencias de matrices no diagonalizables</i>	325
A.2.5.1 Caso de autovalor doble	330
A.2.5.2 Caso de autovalores complejos	333
<i>A.2.6 Geometría de algunas transformaciones matriciales</i>	335
REFERENCIAS	339